

CÁLCULO DE LA TEMPERATURA INSTANTÁNEA DEL AIRE A PARTIR DE LA MÁXIMA Y MÍNIMA DIARIA Y EL ANÁLISIS DE FOURIER. APLICACIONES EN LA CUENCA DEL SEGURA

Ramón Garrido Abenza

Centro Meteorológico Zonal de Murcia

Francisco Martínez Cortés

Centro Meteorológico Zonal de Murcia

RESUMEN: Se introduce un modelo matemático basado en el análisis armónico de Fourier, mediante el cual un conjunto de estaciones meteorológicas automáticas es utilizado como referencia para estimar la variación de la temperatura a lo largo del día en estaciones de las que sólo se dispone de información relativa a temperaturas extremas diarias. La bondad del método depende de la distancia que separa las estaciones y de sus condiciones de continentalidad.

Se estudian las aplicaciones de este método a la determinación de horas-frío por debajo de 7 °C, resultando recomendable frente al modelo de Crossa-Raynaud hasta distancias entre estaciones del orden de 60 Km. También se ha estudiado la aplicación a la determinación de unidades de frío según el "modelo UTAH", para el cual se ha obtenido una relación funcional que liga las unidades de frío con la temperatura.

Palabras clave: Fourier. Temperatura. Invierno. Horas-frío. Unidades de frío.

SUMMARY: Air temperature estimation based on Fourier Analyses from daily minima and maxima. Applications to the Segura basin.

A numerical pattern based on Fourier's Analyses is presented. This model uses the data archived at 10 minutes intervals from automatic meteorological stations, in order to estimate the daily curve of temperature in a point with only extreme values.

The goodness of the model depends on the continental conditions and distance between the point and the station. The method could be used successfully for distances of 60 Km or less. This technique is used to estimate the number of hours below 7 °C and the chill-units based on the "UTAH" model. A functional relationship between the temperature and the chill-units is obtained.

Key words: Fourier. Temperature. Winter. Hours below 7 °C. Chill-units.

1. INTRODUCCIÓN

Durante los meses de invierno resulta de gran interés en Agrometeorología, y especialmente para las especies frutales, poder establecer una medida del reposo invernal de las plantas, a fin de poderlo controlar, efectuar tratamientos para alargarlo o interrumpirlo artificialmente, mitigar efectos negativos, estudiar la implantación de nuevas variedades que se adapten mejor a las condiciones ambientales locales o elaborar una predicción acerca de la fecha, cantidad y calidad de una cosecha.

A pesar de su complejidad, a efectos prácticos, el proceso fisiológico del reposo invernal suele relacionarse principalmente con la temperatura del aire. Así, se establecen determinadas "necesidades de frío" para cada especie o variedad, antes de que el árbol pueda reiniciar

adecuadamente su actividad de cara a la primavera. Las necesidades de frío para poder abandonar el estado de reposo han sido medidas clásicamente como el número de "horas-frío" que se han registrado por debajo de una temperatura umbral.

Sin embargo, estudios recientes consideran superado este concepto de horas-frío y se habla más propiamente de unidades de frío o unidades "chill", dado que no resulta muy apropiado admitir que temperaturas ligeramente inferiores al umbral puedan considerarse como "temperaturas frías" y que, en cambio, temperaturas ligeramente superiores ya no contribuyan al reposo invernal. Por otro lado, se encuentra establecido experimentalmente que temperaturas elevadas pueden contrarrestar parte del frío acumulado anteriormente. Por todo ello, se han introducido diversos modelos que asignan, en función de la tem-

peratura registrada, distintos valores de frío acumulado.

Para determinar el número de horas-frío o de unidades de frío puede recurrirse obviamente a la utilización de un termógrafo y analizar la información registrada en sus bandas. Sin embargo, no siempre se dispone de uno que esté situado suficientemente cerca del lugar que nos interesa y, en caso de disponer de uno, el trabajo de análisis es pesado. Existen también diversas fórmulas capaces de proporcionar de forma aproximada el número de horas-frío, pero su bondad es limitada y no se encuentran universalmente aceptadas. Estos problemas serían superables mediante la instalación de estaciones meteorológicas automáticas, pero su proliferación a gran escala resulta inviable por los elevados costes económicos que habría que afrontar.

En el presente trabajo se propone un método que complementa la información suministrada por un número limitado de estaciones automáticas con la que proporcione una red termométrica más simple (de la que se obtiene únicamente información acerca de las temperaturas extremas diarias) pero mucho más numerosa, de forma que cada estación automática pueda servir de referencia para conocer, en la medida de lo posible, la variación de la temperatura del aire a lo largo del día de todas las estaciones más simples que se encuentren en su entorno. Supondremos para ello que las curvas de temperatura son semejantes entre estaciones para un día determinado, diferenciándose cuantitativamente de acuerdo con la oscilación térmica de cada una de las estaciones. Esta idea requiere especificar matemáticamente la "forma" de la curva por medio de algún tipo de coeficientes. Dado que las curvas de temperatura diaria son aproximadamente periódicas, cabe pensar en describirlas mediante los coeficientes del análisis armónico de Fourier.

2. MATERIAL Y MÉTODO

2.1. Análisis armónico de Fourier

El Análisis Armónico establece que toda función periódica $T(h)$ puede descomponerse como una combinación lineal $T^*_{NA}(h)$ de senos y cosenos, con argumentos que son múltiplos de uno fundamental. En investigaciones en Meteorología y Climatología y para el caso de conocer el valor de la función $T(h)$ en un número par de N puntos h_0, h_1, \dots, h_{n-1} igualmente separados en el período P , suele utilizarse la formulación siguiente (Conrad y Pollak, 1962; Martínez, 1986):

$$T^*_{NA}(h) = \bar{T} + \sum_{i=1}^{NA} a_i \sin(2\pi i h/P + b_i) \quad (1)$$

siendo:

\bar{T} : valor medio de $T(h)$ en el período P .

N_A : número de armónicos o términos que intervienen en el sumatorio, con la restricción de que $N_A \leq N/2$.

a_i, b_i : coeficientes correspondientes a cada armónico (amplitud y fase, respectivamente) y que se calculan como:

$$a_i = (p_i + q_i)^{1/2} \quad (2)$$

$$b_i = \begin{cases} \arccos p_i/a_i \\ \arcsin q_i/a_i \end{cases} \quad (3)$$

donde:

$$p_i = 2/N \sum_{h=0}^{N-1} (T(h) - \bar{T}) \sin 2\pi i h/P \quad (4)$$

$$q_i = 2/N \sum_{h=0}^{N-1} (T(h) - \bar{T}) \cos 2\pi i h/P \quad (5)$$

con $i = 1, 2, \dots, N_A$ y cumpliéndose que $T^*_{NA}(h) = T(h)$ para todo h que pertenezca al conjunto $\{h_0, \dots, h_{n-1}\}$ si $N_A = N/2$, mientras que la igualdad sólo se cumple, en general, de forma aproximada $T^*_{NA}(h) \approx T(h)$ si $N_A < N/2$. A la serie (1) la denominaremos serie armónica o serie de Fourier.

Vamos a considerar que $T(h)$ representa la temperatura del aire de un lugar en función del instante h del día. Si hacemos el período $P = 24$ horas y conocemos el valor de $T(h)$ en los 24 instantes $\{0, 1, \dots, 23\}$, ya sea porque o bien se realizan observaciones de temperatura cada hora o bien, si se dispone de datos más frecuentemente, porque se calculen como el valor medio en esa hora, podremos determinar los coeficientes $\{a_i, b_i\}$ $i = 1, 2, \dots, N_A$ de ese lugar para un día determinado. Conocidos los coeficientes y el valor medio \bar{T} podríamos "ajustar" $T(h)$ por $T^*_{NA}(h)$ para todo h , obteniendo diferentes ajustes en función del número de armónicos N_A elegido. Estos ajustes, mejoran a medida que se aumenta el N_A elegido si la serie de Fourier es convergente, aunque con objeto de suavizar los datos pueda utilizarse un número de armónicos no demasiado elevado.

2.2. Corrección por aperiodicidad

Hemos partido de la suposición de que $T(h)$ es periódica, lo que implicaría que $T(0) = T(23)$. Esta igualdad, que se verifica con frecuencia de forma aproximada, no se cumple en general. En los límites del día es preciso efectuar una corrección de aperiodicidad para calcular $T^*_{NA}(h)$. Designando mediante $\theta^*_{NA}(h)$ el valor que debe adpotar $T^*_{NA}(h)$ una vez que sea tenida en cuenta la corrección por aperiodicidad, podemos calcular $\theta^*_{NA}(h)$ en los límites del día y en función del instante h como:

a) Si $h \in]-1/2, 12/N_A - 1[$:

$$\theta_{NA}^*(h) = P_{NA}(h) T_{NA}^*(h) + [1 - P_{NA}(h)] [T_{NA}^*(0) + (T_{NA}^*(1) - T_{NA}^*(0)) h] \quad (6)$$

siendo la función de peso

$$P_{NA}(h) = (h + 1/2) / (12/N_A - 1/2) \quad (7)$$

b) Si $h \in]24 - 12/N_A, 23 + 1/2[$:

$$\theta_{NA}^*(h) = q_{NA}(h) T_{NA}^*(h) + [1 - q_{NA}(h)] [T_{NA}^*(22) + (T_{NA}^*(23) - T_{NA}^*(22)) (h - 22)] \quad (8)$$

siendo la función de peso

$$q_{NA}(h) = (23 + 1/2 - h) / (12/N_A - 1/2) \quad (9)$$

c) En cualquier otro caso:

$$\theta_{NA}^*(h) = T_{NA}^*(h) \quad (10)$$

Obsérvese que las funciones de peso $p_{NA}(h)$ y $q_{NA}(h)$ que afectan a $T_{NA}^*(h)$ aumentan linealmente a medida que crece el número de armónicos N_A y a medida también que h se aleja de los límites del día (comienzo y final, respectivamente).

2.3. Invariancia proporcional aproximada de la oscilación térmica

Nos planteamos ahora la posibilidad de estimar o sintetizar la temperatura $T_{NA}(h)$ de una estación problema, de la que sólo se conociesen sus valores extremos, en función de los valores $\theta_{NA}^*(h)$ de una estación testigo y que denotaremos a partir de ahora mediante $\theta^{*0}_{NA}(h)$, estableciendo la hipótesis de "invariancia proporcional aproximada de la oscilación térmica":

$$[T(h) - T_{MIN}] [T_{MAX} - T_{MIN}]^{-1} = [\theta^{*0}_{NA}(h) - T_{MIN}^0] [T_{MAX}^0 - T_{MIN}^0]^{-1} \quad (11)$$

mediante la aplicación:

$$\theta^{*0}_{NA}(h) \rightarrow T_{NA}^{NE}(h) = T_{MIN} + [T_{MAX} - T_{MIN}] [\theta^{*0}_{NA}(h) - T_{MIN}^0] [T_{MAX}^0 - T_{MIN}^0]^{-1} \quad (12)$$

donde T_{MAX}^0 , T_{MIN}^0 , T_{MAX}^0 y T_{MIN}^0 son las temperaturas extremas (máxima y mínima) de la estación problema y testigo, respectivamente. La hipótesis establecida es realmente de invariancia "aproximada" y no de invariancia estricta, dado que $\theta^{*0}_{NA}(h) \approx T^0(h)$, y contiene implícita-

mente la hipótesis de invariancia de los $2N_A$ coeficientes de Fourier. En (12) hemos utilizado la nomenclatura $T_{NA}^{NE}(h)$ en vez de $T_{NA}(h)$ únicamente para indicar que todavía no se ha considerado la condición de reproducción de valores extremos.

2.4. Corrección para reproducción de valores extremos

Los valores extremos de $T_{NA}^{NE}(h)$, calculados por (12), que dependen de N_A y que denotaremos por $T_{NA}^{NE_{MAX}}$ y $T_{NA}^{NE_{MIN}}$, en general no coinciden con T_{MAX} y T_{MIN} . Para imponer la reproducción de los valores extremos se propone una aplicación similar a (12):

$$\theta^{*0}_{NA}(h) \rightarrow T_{NA}^E(h) = T_{MIN} + [T_{MAX} - T_{MIN}] [\theta^{*0}_{NA}(h) - T_{MIN}^{NE}] [T_{MAX}^{NE} - T_{MIN}^{NE}]^{-1} - 1 \quad (13)$$

siendo T_{MAX}^{NE} y T_{MIN}^{NE} los valores máximo y mínimo de $T_{NA}^{NE}(h)$, que se producen en los instantes h_{MAX} y h_{MIN} , respectivamente. Ahora hemos utilizado la nomenclatura $T_{NA}^E(h)$ para indicar que se está imponiendo la condición de reproducción de los valores extremos.

Es de suponer que $T_{NA}^E(h)$ sea una buena estimación de $T(h)$ en las proximidades de un valor extremo, mientras que $T_{NA}^{NE}(h)$ lo sea lejos de dicho valor extremo. Si definimos la diferencia horaria respecto del valor extremo de la temperatura más próximo como $l(h) = \min \{ |h - h_{MAX}|, |h - h_{MIN}| \}$ podríamos estimar definitivamente $T_{NA}(h)$ como:

$$T_{NA}(h) = \begin{cases} [N_A l(h)/6] T_{NA}^{NE}(h) + [1 - N_A l(h)/6] T_{NA}^E(h) & \text{si } l(h) \leq 6/N_A \\ T_{NA}^{NE}(h) & \text{si } l(h) > 6/N_A \end{cases} \quad (14)$$

De esta forma, el método de estimación de $T_{NA}(h)$ mediante el Análisis Armónico de Temperaturas (AAT) queda determinado, a falta de establecer el número óptimo de armónicos.

2.5. Truncamiento de la serie armónica

Anteriormente hemos señalado que cuando se trata de "ajustar" los datos de una estación, la bondad del ajuste aumenta con N_A y será máxima con N_A máximo. Sin embargo, al trasladar los coeficientes $\{a_i, b_i\}$ a otra estación estamos provocando errores o diferencias aleatorias entre el valor estimado y el valor real.

Si consideramos, de acuerdo con Scheid (1972), los datos numéricos como consistentes en los valores verdaderos de una función con errores aleatorios superpuestos,

donde las verdaderas funciones son relativamente suaves (los coeficientes de Fourier decrecerán rápidamente en amplitud) y los errores superpuestos poco suaves (los coeficientes de Fourier pueden decrecer muy despacio, si es que decrecen), tendremos que “la serie combinada consistirá casi enteramente de error después de cierto punto. Si truncamos la serie en el punto correcto, entonces estamos descartando la mayor parte del error, [aunque] habrá aún contribuciones de error en los términos retenidos”.

Para determinar el NA óptimo se ha procedido a aplicar el método AAT anteriormente descrito al conjunto de estaciones meteorológicas automáticas que el Instituto Nacional de Meteorología, a través de su Centro Meteorológico Zonal de Murcia, tiene instaladas en la Cuenca del Segura y cuyos datos referentes a altitud sobre el nivel del mar h_M , distancia al mar d_M y distancias d que separan cada una de las estaciones de las demás figuran en la Tabla 1. Se ha excluido la estación de Cartagena debido a que se encuentra instalada en la terraza de un edificio en un núcleo urbano, no resultando recomendable su utilización para el presente trabajo (WMO, 1983a).

Estas estaciones proporcionan el valor de la temperatura cada diez minutos, almacenándose la información en disco magnético. Se han tomado los datos del período comprendido entre noviembre de 1988 y marzo de 1989, manejándose un volumen de 57,456 datos de temperatura.

Se han comparado estos valores reales de temperatura $T(h)$ de cada estación considerada como problema con los valores sintéticos $T_{NA}(h)$, obtenidos mediante (14), utilizando cada una de las restantes estaciones como tes-

tigo, para un número variable de armónicos. De esta forma, para cada instante h y cada pareja de estaciones testigo y problema es posible definir el error de estimación como $\epsilon = T_{NA} - T$.

Los errores obtenidos han sido sometidos a un estudio estadístico, calculando el valor medio $\bar{\epsilon}$, la media de los valores absolutos $|\bar{\epsilon}|$, la desviación típica σ y la asimetría β respecto del valor medio. Los errores han sido sometidos a pruebas de adherencia a la distribución normal y se ha estudiado su relación con la distancia que separa las estaciones y sus diferentes condiciones de continentalidad.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

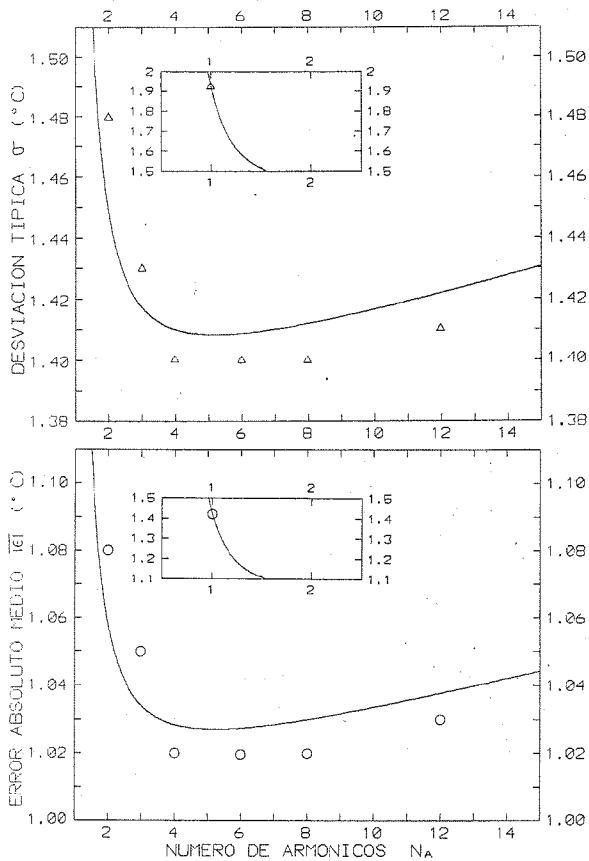
3.1. Estudio de los errores en temperaturas

A efectos de determinar el número de armónicos óptimo, el conjunto de cuatro casos Murcia-Lorca y viceversa y Yecla-Hellín y viceversa se presenta como el más fiable, pues se trata de estaciones adecuadamente instaladas, relativamente cercanas entre sí y sin diferencias de continentalidad acusadamente llamativas. En la Figura 1 aparecen representados los valores del error medio absoluto y la desviación típica de los errores obtenidos en función del número de armónicos. En ambos casos se observa que los resultados experimentales presentan mínimos de $|\bar{\epsilon}| = 1.20$ °C y $\sigma = 1.40$ °C en torno a $N_A = 6$. Las curvas representadas son funciones del tipo $f(N_A) = a + b N_A e^{v/N_A}$, siendo a y b constantes que se pueden determinar por ajuste de mínimos cuadrados y v un parámetro de la curva. Dichas funciones son mínimas

TABLA 1. Datos geográficos h_M (m), d_M y d (Km) referentes a las estaciones automáticas utilizadas y valores de los estadísticos $\bar{\epsilon}$, $|\bar{\epsilon}|$, σ (°C) y β obtenidos para cada pareja de estaciones con un número de armónicos $N_A = 6$

LORCA $h_M = 320$ $d_M = 26$	$d = 59$	$d = 117$	$d = 93$
$\bar{\epsilon} = -0.03$ $ \bar{\epsilon} = 1.05$ $\sigma = 1.44$ $\beta = -0.09$	MURCIA $h_M = 62$ $d_M = 40$	$d = 69$	$d = 73$
$\bar{\epsilon} = -0.02$ $ \bar{\epsilon} = 1.10$ $\sigma = 1.48$ $\beta = -0.15$	$\bar{\epsilon} = -0.03$ $ \bar{\epsilon} = 1.14$ $\sigma = 1.59$ $\beta = 0.20$	YECLA $h_M = 590$ $d_M = 60$	$d = 53$
$\bar{\epsilon} = -0.06$ $ \bar{\epsilon} = 1.28$ $\sigma = 1.67$ $\beta = -0.17$	$\bar{\epsilon} = -0.04$ $ \bar{\epsilon} = 1.21$ $\sigma = 1.70$ $\beta = 0.03$	$\bar{\epsilon} = -0.03$ $ \bar{\epsilon} = 0.97$ $\sigma = 1.30$ $\beta = -0.17$	HELLÍN $h_M = 520$ $d_M = 102$

FIGURA 1. Variación del valor absoluto medio $|\bar{\epsilon}|$ de los errores de estimación de temperaturas (línea inferior) y de la desviación típica σ (línea superior) en función del número de armónicos N_A .



para $N_A = v$ y se ajustan extraordinariamente bien a los resultados experimentales de $|\bar{\epsilon}|$ y σ para $v = 5.2$. En ambos casos el coeficiente de correlación alcanza un valor $r = 0.996$, situándose el nivel de riesgo de la correlación en $\alpha \sim 10^{-6}$. Dado que para el valor de los N_A estudiados más próximo a $v = 5.2$ ($N_A = 6$) el error medio obtenido $\bar{\epsilon} = -0.03$ °C es suficientemente pequeño frente al error instrumental $\delta T = \pm 0.1$ °C, resulta razonable adoptar como número de armónicos óptimo un valor natural $N_A = 5$ o $N_A = 6$.

Para este último número, los valores de los estadísticos obtenidos, agrupados por parejas de estaciones (actuando una de ellas como estación testigo y la otra como problema y viceversa) son los que figuran en la Tabla 1. Se observa que el valor del error medio $\bar{\epsilon}$ es siempre inferior al error instrumental $\delta T = \pm 0.1$ °C, mientras que el valor medio de la asimetría se sitúa en tan

sólo $\bar{\beta} = 0.06$ para el conjunto de las 6 parejas posibles.

Se ha realizado una prueba de adherencia a la distribución normal, al objeto de evitar tratar con distribuciones de errores no paramétricas. Se han obtenido 12 muestras cuasialeatorias de $n = 108$ errores cada una, aplicándose la prueba de adherencia de Kolmogorov - Smirnov y aceptándose que los datos pueden provenir de una distribución normal al nivel de significación usual ($\mu = 0.05$) para las 12 muestras estudiadas.

3.2. Índice de continentalidad y distancia equivalente

Es de suponer que los errores de estimación de temperaturas mediante AAT aumenten con la distancia que separa a las estaciones entre sí y con la diferencia de condiciones de continentalidad. Dado que las estaciones automáticas que tratamos son de reciente instalación, no son aplicables los índices de continentalidad usuales, pues éstos se basan fundamentalmente en el conocimiento de ciertos valores normales de la temperatura. Así, por ejemplo, el índice de continentalidad K de Gorczynski, definido como (Font, 1983):

$$K = (1.7 A/\sin L) - 20.4 \quad (15)$$

precisa conocer la amplitud anual media de la temperatura A (diferencia de las temperaturas medias de los meses extremos) y la latitud L .

Vamos a introducir para la región en estudio, de forma alternativa, un índice de continentalidad C que no dependa de valores climatológicos. Vamos a utilizar como variables que definan nuestro índice de continentalidad la altitud sobre el nivel del mar h_M y la distancia al mar d_M .

Estudiando la correlación existente entre ambas variables y el índice K para el conjunto de 22 estaciones de la región de las que sí se conocen los valores de amplitud anual media de la temperatura (Saura y Ferreras, 1976), obtenemos que la ecuación que define el plano de regresión mínimo-cuadrático puede escribirse como:

$$K = 20.06 + 0.0893 (d_M + 107.2 h_M) \quad (16)$$

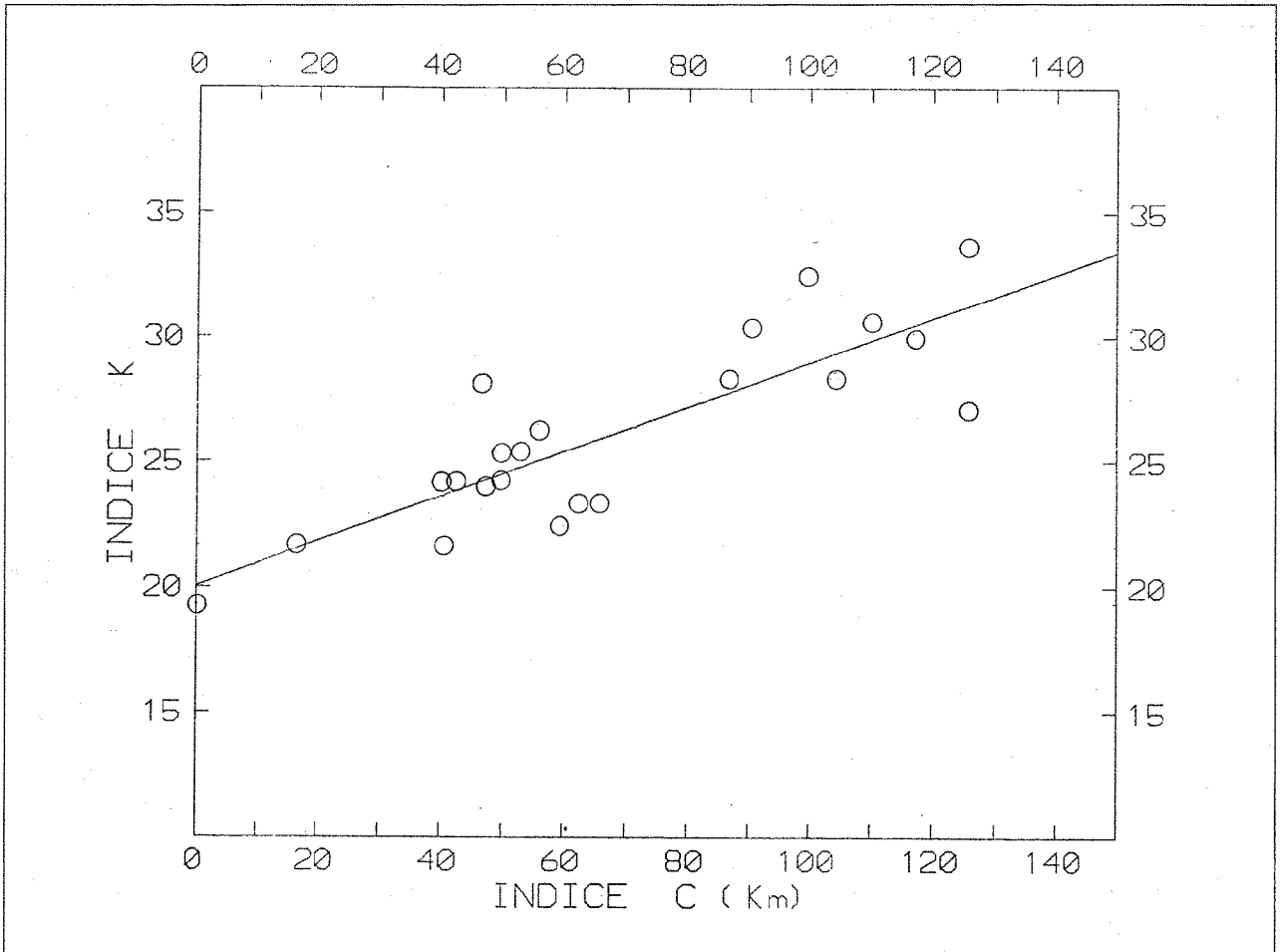
cuando d_M y h_M vienen expresadas en Km. Podemos definir ahora el índice de continentalidad C como:

$$C = d_M + 107.2 h_M \quad (17)$$

el cual presenta las ventajas de poderse determinar para cualquier punto geográfico (aunque no se disponga de datos climatológicos) y poderse expresar directamente en unidades de longitud. Expresándolo en Km, se obtiene la recta de regresión mínimo-cuadrática representada en la Figura 2, dada por:

$$K = 20.06 + 0.0893 C \quad (18)$$

FIGURA 2. Variación del índice de continentalidad K con el índice C.



con $G = 22 - 2 = 20$ grados de libertad, coeficiente de correlación $r = 0.84$ y nivel de riesgo de la correlación $\alpha \sim 10^{-6}$, concluyéndose que el índice C así definido resulta suficientemente adecuado para dar cuenta de la continentalidad.

Si definimos la distancia equivalente D entre dos estaciones como la distancia real d incrementada en tres veces la diferencia absoluta δC de los índices de continentalidad, tendremos:

$$D = d + 3 \delta C \quad (19)$$

Si ahora estudiamos la correlación existente entre D y el valor absoluto medio $|\bar{\epsilon}|$ y la desviación típica σ de los errores de temperatura que se obtienen para cada pareja de estaciones, resultan las curvas representadas en la Figura 3, que responden respectivamente a las curvas de regresión:

$$|\bar{\epsilon}| = a + b D^2 \quad (20)$$

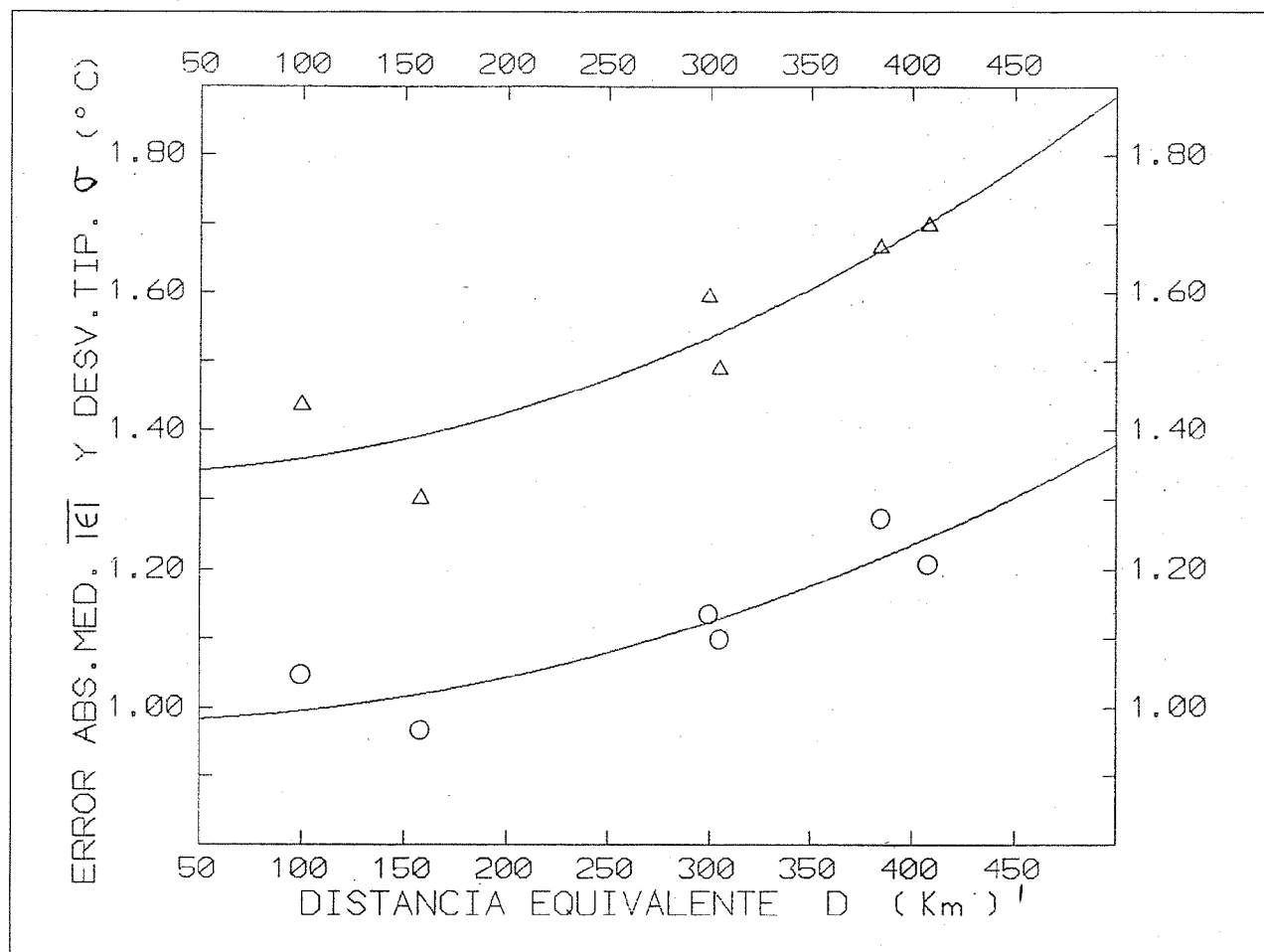
$$\sigma = a + b D^2 \quad (21)$$

con $a = 0.98 \text{ } ^\circ\text{C}$ y $b = 1.60 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C Km}^2$ para el primer caso y $a = 1.34 \text{ } ^\circ\text{C}$ y $b = 2.18 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C Km}^2$ para el segundo. El coeficiente de correlación en ambos casos es $r = 0.90$ y el nivel de riesgo de la correlación es $\alpha = 0.01$, resultando un margen de confianza del 99%, concluyéndose que los errores de estimación de las temperaturas aumentan con la distancia equivalente.

3.3. Comparación con otros modelos

Se conocen diversos modelos que proporcionan los valores de la temperatura para cualquier instante del día en función de los valores extremos T_{MAX} y T_{MIN} , admitiendo que la curva de temperatura diaria obedece a una función lineal del tiempo como el modelo Cross-SAWTOTH (Sanders, 1975) o bien una función senoidal, variable en función de la duración del día y la noche y suponiendo que las temperaturas extremas se producen en determinados instantes, como los modelos WAVE-Petricevic (De Wit et al., 1978; WMO, 1983b; Hogen-

FIGURA 3. Crecimiento del valor absoluto medio $|\bar{\epsilon}|$ de los errores de estimación de temperaturas (línea inferior) y de la desviación típica σ (línea superior) en función de la distancia equivalente D



boom and Huck, 1986) y SOYGRO (Wilkerson et al., 1983), o incluyendo además un decrecimiento exponencial de la temperatura durante la noche como el GLYCIM (Acock et al., 1983) y el TEMP (Parton and Logan, 1981).

Reicosky et al. (1989) han realizado en Minnesota un estudio de los errores que provoca cada uno de estos modelos. En la Tabla 2 se muestran los valores de los estadísticos $\bar{\epsilon}$, $|\bar{\epsilon}|$ y σ que obtuvieron para cada uno de los modelos. En la columna de la derecha se muestran los valores de esos mismos estadísticos que se han obtenido mediante el AAT en este trabajo, considerando para los dos últimos estadísticos las ecuaciones (20) y (21) y el hecho de que para el conjunto de la red termométrica de la Cuenca del Segura $D^2 = 1.1 \cdot 10^4 \text{ Km}^2$ (con la actual configuración de estaciones automáticas). Como puede observarse, mientras que en los modelos que no son capaces de adaptarse a las peculiaridades térmicas de cada día el error medio (en valor absoluto) varía entre 0.09 y 0.61 °C, para el modelo AAT se obtiene 0.04 °C; el error

absoluto medio se sitúa entre 1.37 y 1.79 °C frente a 1.00 °C del AAT y por último la desviación típica, que varía entre 1.90 y 2.32 °C, se reduce a sólo 1.36 °C para el AAT. En cualquier caso, incluso haciendo que la distancia equivalente D adquiera el mayor valor posible $D \sim 370 \text{ Km}$ dentro de la Cuenca del Segura con la actual configuración de estaciones automáticas, el método basado en el AAT provoca errores inferiores a los generados por los otros modelos descritos. Podemos concluir pues que los errores cometidos mediante AAT son notablemente inferiores.

4. APLICACIONES

4.1. Aplicación al cálculo de horas-frío

Fórmula de Crossa-Raynaud

Resultado de interés en estudios agrometeorológicos co-

TABLA 2. Valores de los estadísticos obtenidos por diversos modelos de síntesis de temperaturas (°C), a partir de los valores extremos diarios

ESTADÍSTICO	CROSSA - SAWTOOTH	WAVE - PETRICEVIC	SOYGRO	GLYCIM	TEMP	AAT
$\bar{\epsilon}$	-0.22	-0.30	-0.61	-0.37	0.09	-0.04
$\overline{ \epsilon }$	1.55	1.37	1.54	1.79	1.67	1.00
σ	1.90	1.82	1.94	2.32	2.08	1.36

nocer el número de horas en que los cultivos permanecen por debajo de un cierto umbral de temperatura a efectos de establecer el período de reposo invernal. Es frecuente definir el número de "horas-frío" F como el número de horas que transcurren por debajo de 7°C .

Se han desarrollado diversas fórmulas empíricas que proporcionan de forma aproximada el número F en función de las temperaturas medias mensuales, como las de Weimberger (cit. por Gil-Albert, 1986), Mota (1957) o Tabuenca (1964), pero están deducidas para regiones relativamente frías y su extrapolación a otras zonas no resulta recomendable. Una sencilla fórmula capaz de dar el número F de forma diaria, en función de las temperaturas extremas T_{MAX} y T_{MIN} , es la de Crossa-Raynaud (1955):

$$F_c = \begin{cases} 24 (7 - T_{\text{MIN}}) / (T_{\text{MAX}} - T_{\text{MIN}}) & \text{si } T_{\text{MIN}} < 7^\circ\text{C} \\ 0 & \text{si } T_{\text{MIN}} \geq 7^\circ\text{C} \\ \text{con } F_c = 24 & \text{si } T_{\text{MAX}} < 7^\circ\text{C} \end{cases} \quad (22)$$

para cuya deducción se supone que la temperatura se ajusta a una función lineal del tiempo. Diversos estudios coinciden en establecer la necesidad de multiplicar el número F así obtenido por un coeficiente corrector para reflejar los datos reales, oscilando el valor de dicho coeficiente entre 1.06 y 1.37 (Ferrerías et al., 1974) y alrededor de 1.50 (Sánchez-Capuchino, 1965) para la Cuenca del Segura y Zona de Levante.

Estudio de los errores en horas-frío

Una primera aplicación del método de estimación de temperaturas mediante AAT puede ser la determinación de los períodos durante los cuales la temperatura es inferior o superior a un cierto umbral.

Se han estimado las horas-frío por debajo de 7°C de cada estación, considerada como problema, utilizando la más próxima como estación testigo y el método de AAT, obteniéndose un error medio diario $\bar{\epsilon} = 0.05$ h-f y una desviación típica $\sigma = 2.14$ h-f, resultando un número medio diario de horas-frío $\bar{F} = 4.52$ h-f en el período considerado. El coeficiente corrector obtenido para este método,

0.99, es lo suficientemente cercano a la unidad como para prescindir de él.

Realizando un estudio análogo al caso de los errores de temperatura, podemos establecer la correlación existente entre el cuadrado de la distancia equivalente D y la desviación típica σ obtenidos para cada pareja de estaciones, obteniéndose la curva representada en la Figura 4, que responde a la regresión:

$$\sigma = a + b D^2 \quad (23)$$

con $a = 2.00$ h-f, $b = 5.29 \cdot 10^{-6}$ h-f Km^{-2} , $G = 4$, $r = 0.84$ y un nivel de riesgo de la correlación $\alpha = 0.03$, es decir, una confianza del 97%.

Dado que la distribución muestral de medias se distribuye normalmente con desviación típica σ/\sqrt{n} , siendo σ la desviación típica de la población y n el tamaño de la muestra (p. ej. Martínez, 1986), puede demostrarse que, si \bar{F} es el número medio diario de horas-frío en el período considerado, el error relativo medio $\overline{|\epsilon|}$ viene dado por:

$$\overline{|\epsilon|} = (2 / \pi n)^{1/2} \sigma / \bar{F} \quad (24)$$

Sustituyendo en esta ecuación el valor de σ obtenido mediante (23) obtenemos:

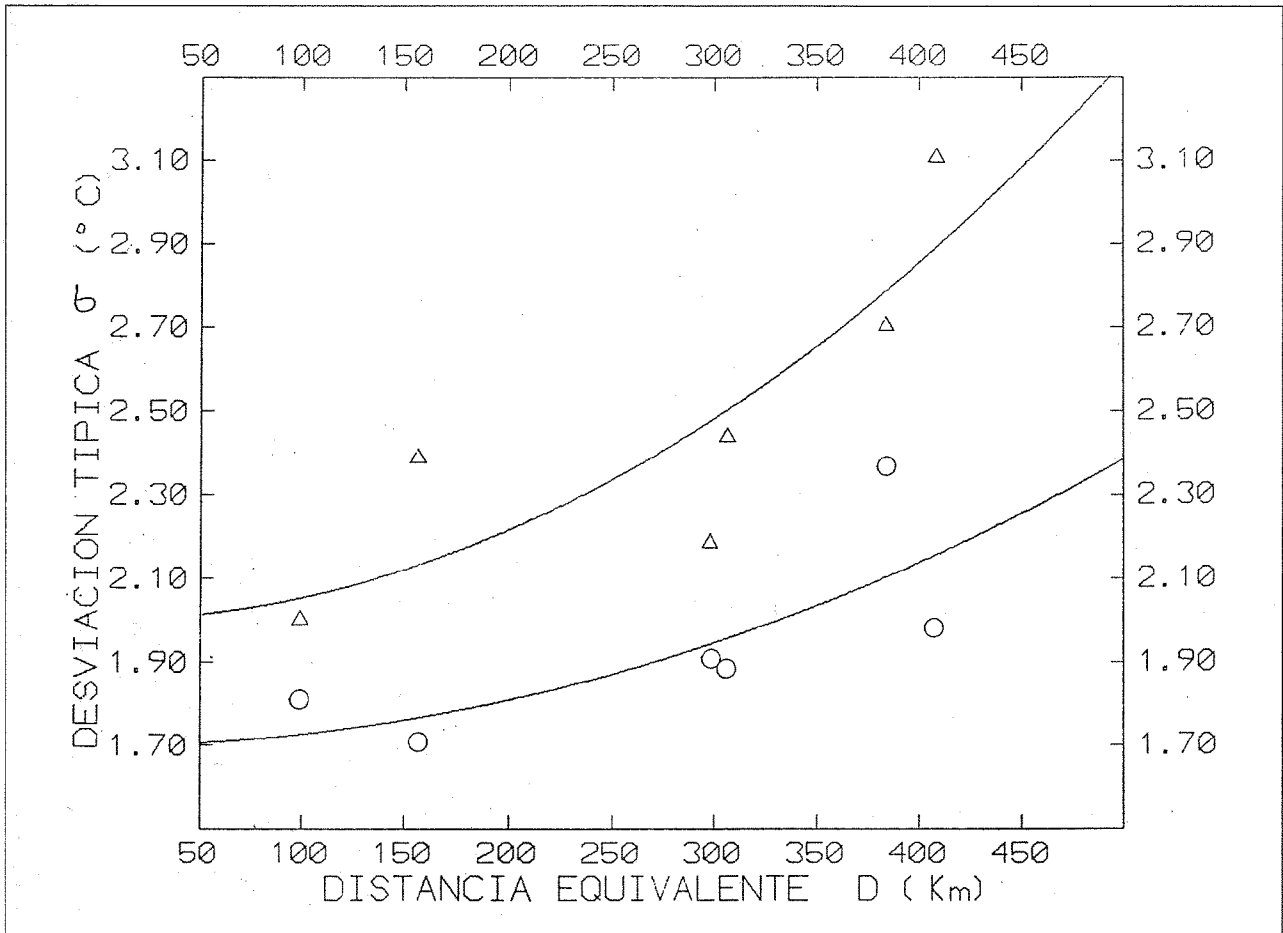
$$\overline{|\epsilon|} = (2 / \pi n)^{1/2} (a + b D^2) / \bar{F} \quad (25)$$

Por tanto, los errores crecerán con la distancia equivalente D , disminuyendo con \bar{F} y el número de días n considerado.

A efectos de estimar la cuantía de $\overline{|\epsilon|}$, es preciso conocer los valores de D y \bar{F} . Respecto al primer valor, vamos a tener en cuenta que para el conjunto de la red termométrica de la Cuenca del Segura $\bar{D}^2 = 1.1 \cdot 10^4 \text{Km}^2$. Por otro lado, ante la ausencia de una climatología de horas-frío, vamos a considerar el hecho de que durante la campaña 1989-90 y durante el período de máximo interés (21 de noviembre - 10 de febrero) se ha registrado una media diaria de $\bar{F} = 5.5$ h-f para el conjunto de la red. Con todo ello, tendremos que el error relativo medio puede expresarse como:

$$\overline{|\epsilon|} = 0.30 / \sqrt{n} \quad (26)$$

FIGURA 4. Crecimiento de la desviación típica σ de los errores de estimación de horas-frío (línea superior) y de unidades de frío "chill" (línea inferior) en función de la distancia equivalente D.



que se encuentra representado en % en la Figura 5 y que resulta ser inferior al 10% a partir de considerar un período de $n \geq 9$ días. Para el conjunto de un invierno, $n \sim 100$ días, el error relativo medio resulta ser del orden del 3%.

Comparación con el modelo de Crossa-Raynaud

A efectos de poder comparar la bondad del método AAT cuando se aplica a la determinación de horas-frío con la derivada de la utilización de la fórmula de Crossa-Raynaud, se ha procedido a aplicar la correspondiente fórmula (22) a las cuatro estaciones en estudio. Se ha obtenido así un error medio diario $\bar{\epsilon}_c = -0.18$ h-f y una desviación típica $\sigma_c = 2.32$ h-f. El coeficiente corrector obtenido para el período en estudio y para el conjunto de estaciones utilizado ha sido de 1.04, inferior al que aparece en las referencias consultadas.

Puesto que es conocido el valor de la desviación típica σ_c obtenida para la fórmula de Crossa-Raynaud, po-

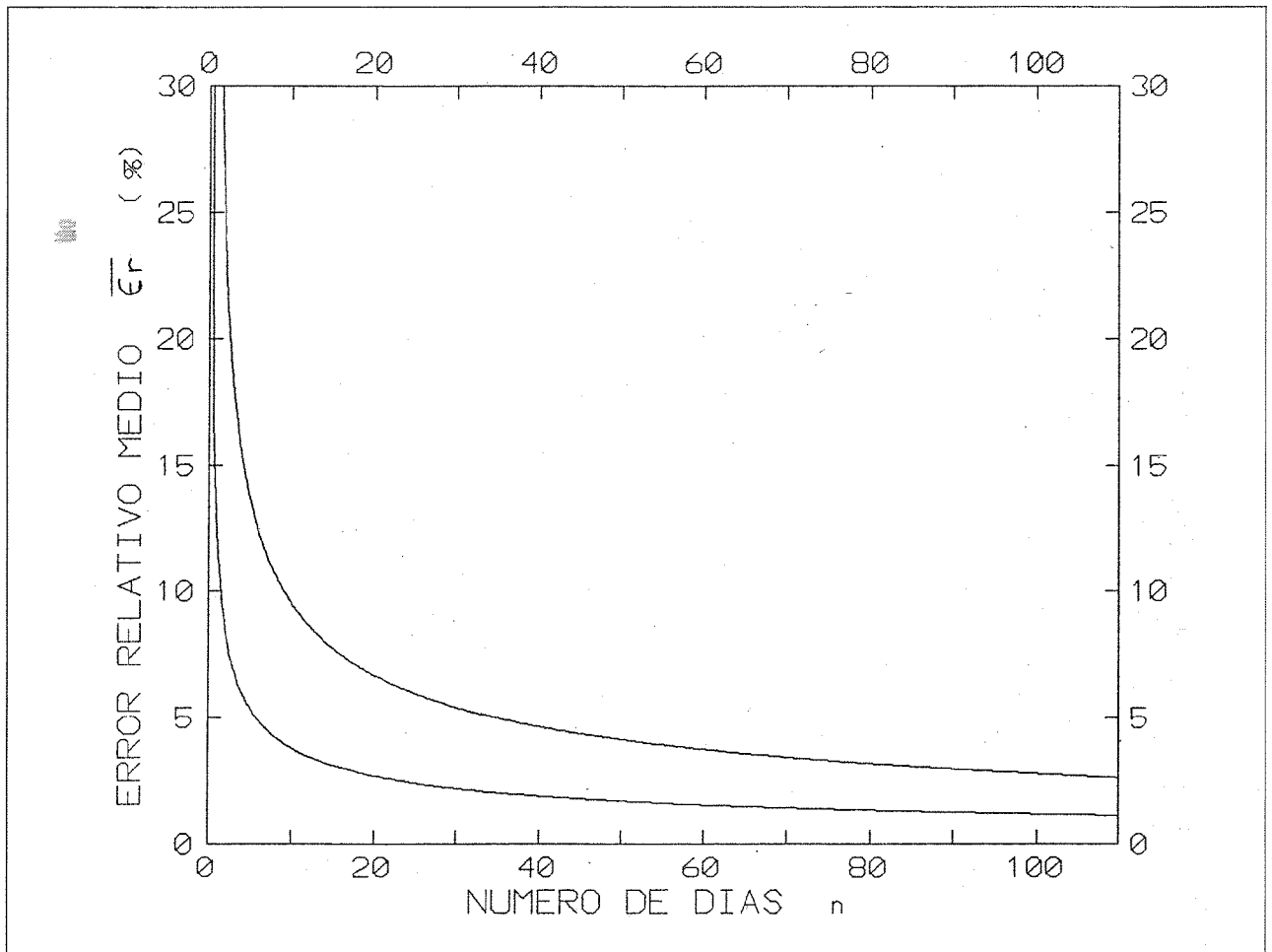
demostramos estimar la distancia equivalente D_c hasta la cual el método basado en el AAT provoca una desviación menor, dando incluso por supuesto que fuese conocido el coeficiente corrector a aplicar a la fórmula de Crossa-Raynaud. Igualando σ_c a la ecuación (23), obtenemos que $D_c = 246$ Km. Teniendo en cuenta (19) y suponiendo que $\delta C \sim d$, obtenemos $d_c \approx 60$ Km como una estimación de la distancia real máxima entre estaciones para que resulte recomendable el AAT frente a la fórmula de Crossa-Raynaud.

4.2. Aplicación al cálculo de unidades de frío

Modelo UTAH

El concepto de las horas-frío para evaluar el reposo invernal de los árboles está basado en la suposición de que todas las temperaturas por debajo del umbral tienen los mismos efectos en la acumulación de frío. Sin embar-

FIGURA 3. Disminución del error relativo medio $\bar{\epsilon}_r$ de estimación de horas-frío (línea superior) y de unidades de frío "chill" (línea inferior) en función del número de días n del periodo considerado.



go, este método puede ser insatisfactorio debido a que el número de horas-frío requerido para completar el reposo no es el mismo para años con diferentes regímenes de temperatura. Además, numerosos estudios realizados durante los últimos veinte años han establecido la posibilidad de que temperaturas por encima del umbral (por ejemplo 7 °C) fueran eficaces en la acumulación de frío y, así mismo, han puesto de manifiesto que las temperaturas elevadas tienen un efecto de contrarrestar parte del frío acumulado. Todo esto ha conducido a la elaboración de diversos modelos que asignan a cada intervalo de temperaturas un nivel de eficacia en la acumulación del frío (Egea, 1989).

Un ejemplo clásico de estos modelos lo constituye el "modelo UTAH" (Richardson et al., 1974), que define la unidad de frío "chill" como equivalente a una hora de exposición a 6 °C (que es considerada como temperatura óptima), siendo la contribución inferior a la unidad para temperaturas por encima o por debajo de este valor ópti-

mo, llegando a ser nula por debajo de 0 °C y considerándose negativa por encima de los 15 °C. La conversión completa de temperaturas en unidades "chill" se muestra en la Tabla 3. El brusco "escalón" que presenta la acumulación de horas-frío en torno a 7 °C se ha suavizado ahora por unos "escalones" más pequeños, en función del intervalo de temperatura en que nos encontremos.

Ajuste a una función continua

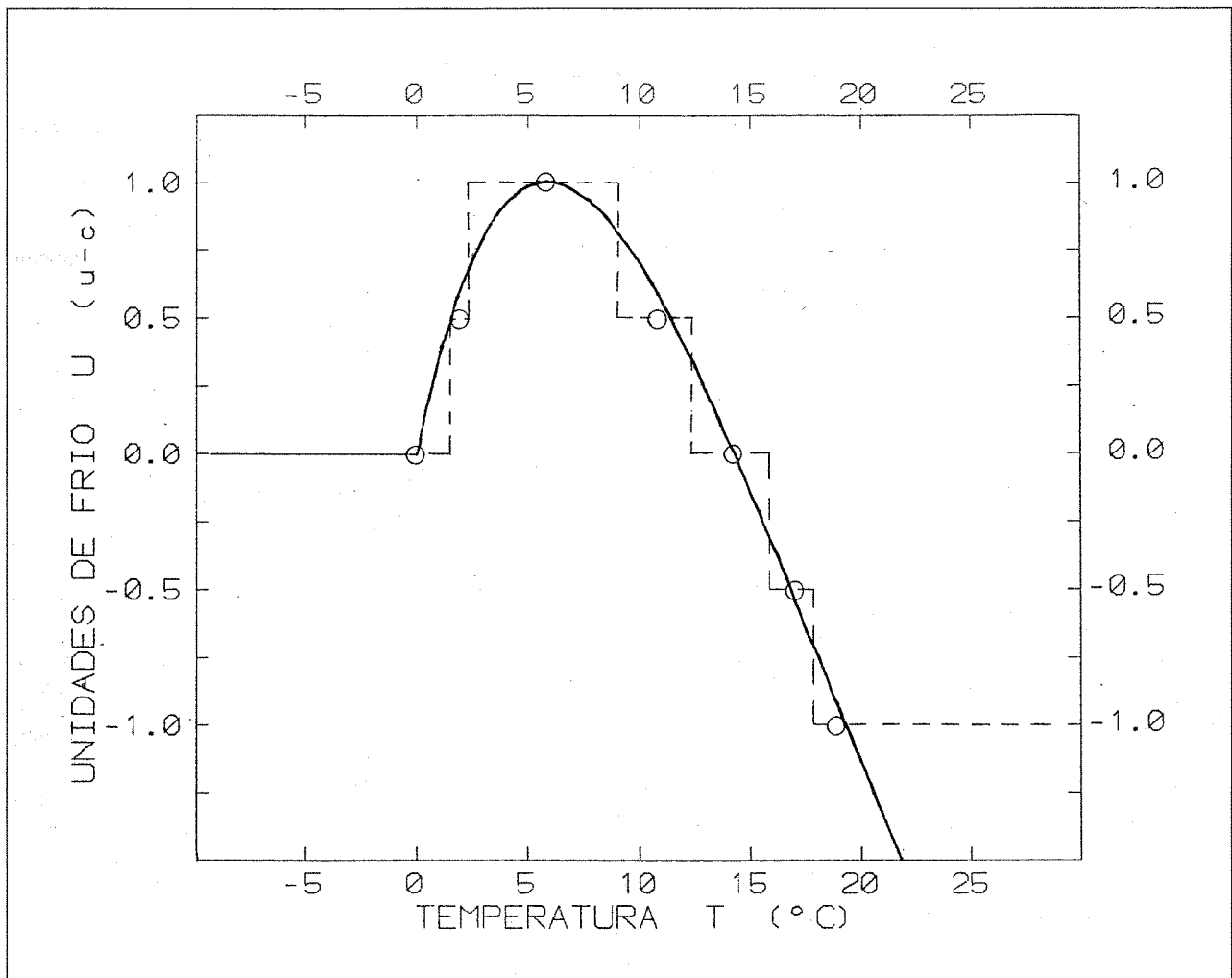
Es posible avanzar en el proceso de suavización y obtener una función continua que no presente escalones. Para ello se propone el ajuste por medio de una función $U(T)$ que decrezca al alejarnos de la temperatura óptima $T = 6$ °C, tendiendo a un decrecimiento exponencial para temperaturas elevadas. Ensayaremos la función

$$U(T) = a(T + w) e^{-\gamma T} + b \quad (27)$$

TABLA 3. Equivalencias entre temperatura T y unidades de frío "chill" U, según el modelo UTAH

T (°C)	< 1.4	1.5 - 2.4	2.5 - 9.1	9.2 - 12.4	12.5-15.9	16-18	> 18
U (u-c)	0.0	0.5	1.0	0.5	0.0	-0.5	-1.0

FIGURA 6. Variación de las unidades de frío U asociadas a la temperatura T, definidas como la función continua deducida (línea continua) y como la función discontinua de Richardson (línea a trazos)



Las constantes a, b, v y w pueden determinarse mediante la imposición de 4 condiciones a los valores de U(T) para las temperaturas {0, 6, 15}. Se obtendría así un sistema de 4 ecuaciones no lineal con 4 incógnitas que puede resolverse recurriendo a algún método numérico, proporcionando el valor de las 4 constantes. Sustituyendo dichos valores en (27) podemos escribir U(T), definida en base a las temperaturas significativas {0, 6, 15}, como:

$$U(T) = \begin{cases} 0.793 (T + 6.196) e^{-0.082T} - 4.914 & T \geq 0 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0 & T < 0 \text{ } ^\circ\text{C} \end{cases} \quad (28)$$

pudiendo comprobarse que, efectivamente, U(T) es máxima para T = 6 °C.

También podríamos haber realizado la deducción de

U(T) en base a las temperaturas significativas {0, 5.8, 14.2}, siendo estas dos últimas temperaturas los valores centrales de los intervalos en los que Richardson hace U(T) = 1 y U(T) = 0, respectivamente. La función U(T) así obtenida sería:

$$U(T) = \begin{cases} 0.951 (T+9.054) e^{0.0664T} - 8.611 & T \geq 0 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0 & T < 0 \text{ }^\circ\text{C} \end{cases} \quad (29)$$

que presenta un comportamiento prácticamente equivalente al de (28).

Se han representado en la Figura 6 los valores de U(T) dados por (29) y los obtenidos mediante la Tabla 3. El coeficiente de correlación que se obtiene para la variable dependiente U(T), calculada por medio de la función continua (29) o por medio de la función escalonada de Richardson, para el conjunto de variables independientes T = 0 °C, 19 °C y los valores medios de los restantes intervalos resulta ser r = 0.997, con un nivel de riesgo de la correlación $\alpha \sim 10^{-6}$. Podemos pues afirmar que nos encontramos ante una auténtica relación funcional que liga las unidades "chill" con la temperatura.

Estudio de los errores en unidades de frío

Análogamente al caso de las horas-frío, se ha procedido a estimar las unidades "chill" diarias de cada estación, considerada como problema, utilizando la más próxima como testigo con el método de AAT. Puesto que los datos de temperatura se refieren a períodos de 10 minutos, se ha utilizado la función U(T)/6 donde U(T) viene dada por la expresión (28). El error medio diario ha resultado ser $\bar{\epsilon} = -0.08$ u-c y la desviación típica $\sigma = 1.79$ u-c. El coeficiente corrector obtenido, 1.008, está tan cercano a la unidad que resulta despreciable.

Al estudiar la correlación existente entre el cuadrado de la distancia equivalente D y la desviación típica σ obtenidos para cada pareja de estaciones, obtendríamos la curva de regresión de la Figura 4, dada por:

$$\sigma = a + b D^2 \quad (30)$$

con a = 1.70 u-c, b = 2.74 10⁻⁶ u-c Km⁻², G = 4, r = 0.74 y un nivel de riesgo para la correlación $\alpha = 0.09$, reduciéndose la confianza al 91%. Parece lógica esta disminución de confianza frente a la obtenida en el estudio de errores de temperaturas, pues un error en la estimación de una temperatura no provoca necesariamente un error en la estimación de las unidades de frío asociadas, dado que incluso valores muy diferentes de T pueden generar el mismo valor de U(T).

De forma análoga al apartado anterior, si \bar{U} representa el número medio diario de unidades de frío y n el número de días considerado, tendremos que el error relativo medio $\bar{\epsilon}_r$ puede obtenerse mediante:

$$\bar{\epsilon}_r = (2 / \pi n)^{1/2} (a + b D^2) / \bar{U} \quad (31)$$

creciendo, pues, los errores con D y disminuyendo con n y \bar{U} .

Si, para estimar el valor de $\bar{\epsilon}_r$ tomamos el valor $\bar{U} = 11.8$ u-c y como $\bar{D}^2 = 1.1 \cdot 10^4$ Km², el error relativo medio para la Cuenca del Segura podrá expresarse como:

$$\bar{\epsilon}_r = 0.12 / \sqrt{n} \quad (32)$$

que hemos representado en % en la Figura 5 y que resulta ser inferior al 10% a partir de n ≥ 2 días, reduciéndose al 1% para el conjunto de un invierno.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha desarrollado un modelo matemático basado en el uso de series de Fourier diarias, mediante el cual un conjunto de estaciones meteorológicas automáticas de la Cuenca del Segura es utilizado como referencia para estimar la variación de la temperatura del aire a lo largo del día en otras estaciones de las que únicamente se posee información acerca de sus temperaturas extremas diarias. En el método del análisis armónico de Fourier tradicional se ha introducido una corrección por aperiodicidad, una hipótesis de invariancia proporcional aproximada de la oscilación térmica y una corrección para la reproducción de los valores extremos diarios.

Las temperaturas así estimadas mediante Análisis Armónico de Temperaturas (AAT) están afectadas por errores aleatorios que pueden hacerse mínimos truncando adecuadamente la serie de Fourier. Para estudiar los errores no eliminados por el truncamiento se introducen: un índice de continentalidad, definido únicamente en base a la altitud sobre el nivel del mar y distancia al mar, y una distancia equivalente entre estaciones que, además de la distancia real, incluye la diferencia de continentalidad. Los errores cometidos en la estimación de la temperatura aumentan con la distancia equivalente entre dos estaciones. Los errores que provoca el método de estimación de temperaturas mediante AAT son notablemente inferiores a los que generan otros cinco modelos que no son capaces de adaptarse a las características térmicas propias de cada día.

El método de estimación de la temperatura del aire mediante AAT es aplicado a la determinación del número de horas-frío transcurridas por debajo del umbral de 7 °C, encontrándose que no precisa de coeficiente corrector, en contra de los resultados que se obtienen por la fórmula de Crossa-Raynaud. Los errores generados por el método de AAT aumentan también con la distancia equivalente, resultando este método recomendable frente a la fórmula de Crossa-Raynaud (dando por supuesto que fuese conocido el coeficiente corrector a aplicar a esta última) hasta distancias entre estaciones del orden de 60 Km. El error

relativo medio aumenta con la distancia equivalente, disminuyendo con el número medio diario de horas-frío y el número de días considerado, obteniéndose que para el conjunto de la Cuenca del Segura es del orden del 3% para la totalidad de un invierno.

Aplicando el AAT a la estimación de unidades de frío según el "modelo UTAH", para el que se ha encontrado

una relación funcional que liga dichas unidades con la temperatura, se ha obtenido igualmente que el error relativo medio aumenta con la distancia equivalente, disminuyendo con el número medio diario de unidades de frío y el número de días considerado, obteniéndose que para el conjunto de la Cuenca del Segura es del orden del 1% para un período invernal.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- ACOCK, B., REDDY, V. R., WHISLER, F. D., BAKER, D. N., MCKNION, J. M., HODGES, H. F. and BOOTE, K. J., 1983: "Response of vegetation to carbon dioxide 002. The soybean crop simulator GLYCIM: Model Documentation 1982". U. S. Depts. of Energy and Agriculture. Mississippi Agric. and For. Exp. Stn., 316 pp.
- CONRAD, V. and POLLAK, L. W., 1962: "Methods in Climatology". Harvad U. P., Massachusetts. 459 pp.
- CROSSA-RAYNAUD, P., 1955: "Effects des hiver doux sur le comportement des arbres fruitieres a feuilles caduques". *Ann. Serv. Bot. Agron. Tunis*, **28**, 1-22.
- EGEA, J., 1989: "Necesidades de frío en frutales de hoja caduca. Estado de la cuestión". *Frut. Prof.*, **24**, 19-25.
- FERRERAS, C., SAURA, F. y GONZÁLEZ-SICILIA, C., 1974: "Aspectos agroclimáticos de algunas comarcas del Sudeste Español". *Asoc. Española para el Progreso de las Ciencias*, Madrid.
- FONT, I. 1983: "Climatología de España y Portugal". *I. N. M.*, Madrid. 296 pp.
- GIL-ALBERT, F., 1986: "La ecología del árbol frutal". *M. A. P. A. Serie Técnica*, Madrid. 278 pp.
- HOOGENBOOM, G. and HUCK, M. G., 1986: "ROOTSIMU V. 40. A dynamic simulation of root growth water uptake, and biomass partitioning in a soil-plant-atmosphere continuum. Update and documentation". *Agron. and Soils Dept. Series 109*, Alabama Agr. Exp. Stn. 83 pp.
- MARTÍNEZ, I., 1986: "Estadística aplicada a la Hidrometeorología". *I. N. M.*, Madrid. 212 pp.
- PARTON, W. J. and LOGAN, J. A., 1981: "A model for diurnal variation in soil and air temperature". *Agric. Meteorol.*, **23**, 205-216.
- REICOSKY, D. C., WINWELMAN, L. J., BAKER, J. M. and BAKER, D. G., 1989: "Accuracy of hourly air temperatues calculated from daily minima and maxima". *Agric. For. Meteorol.*, **46**, 193-209.
- RICHARDSON, E. A., SEELEY, S. D. and WALKER, D. R., 1974: "A model for estimating the completion of rest for 'Redhaven' and 'Elberta' peach trees". *Hortic. Sci.*, **9**, 331-332.
- SANDERS, C. G., 1975: "Comments on the model for estimating the completion of rest for 'Redhaven' and 'Elberta' peach trees". *Hortic. Sci.*, **10**, 560-561.
- SAURA, F.; Y FERRERAS, C., 1976: "Estudio Climatológico de la Provincia de Murcia". *C. E. B. A. S.*, Murcia. 125 pp.
- SCHEID, F., 1972: "Análisis Numérico". *McGraw-Hill* (Schaum), México. 422 pp.
- TABUENCA, M. C., 1964: "Necesidades de frío invernal de variedades de albaricoquero, melocotonero y peral". *An. Est. Exp. Aula Dei*, **7**, 3-4.
- WICT, C. T. de et al., 1978: "Simulation of assimilation, respiration and transpiration of crops". *Simulation Monographs. Pudoc*, Wageningen. 141 pp.
- WILKERSON, G. G., JONES, J. W., BOOTE, K. J., INGRAM, K. T. and MISHOE, J. W., 1983: "Modeling soybean growth for crop management". *Trans. ASAE*, **26**, 63-73.
- WMO, 1983a: "Guide to meteorological instruments and methods of observation". *W. M. O.* no. 8, Geneva.
- WMO, 1983b: "Guidelines on crop-weather models. WPC-50". *W. M. O.*, Geneva. 115 pp.